

第9讲 光的干涉

电磁波的一般性质

- 横波特性: E, H 传播方向垂直
- 偏振特性: E, H 在各自平面内振动
- E, H 为同频率、同位相的周期性函数
- 介质中的传播速度: $u = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$; 介质的折射率 $n = \frac{c}{u} = \sqrt{\mu_r\epsilon_r}$

光源

- (1) 热辐射光源: 将热能转化为辐射
- (2) 冷光源: 与周围温度相同, 不需加热

普通光源: 自发辐射

独立 (不同原子同一时刻发的光), 频率、位相、振动方向或传播方向不相同。

激光光源: 受激辐射 $\nu = (E_2 - E_1)/h$

状态完全一样 (频率、位相、振动方向)

光的单色性

可见光的波长 $400 \text{ nm} \sim 760 \text{ nm}$

$\Delta\lambda$ 为光强 $\frac{I}{2}$ 处的波长范围, 称为谱线宽度

普通光源 $\Delta\lambda$ 约为 $10^{-3} \sim 10^{-1} \text{ nm}$, 而激光约为 10^{-9} nm

相干光波

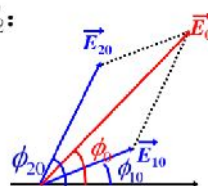
光的干涉现象是指光波的电矢量 E (B 矢量对人眼或感光仪器不敏感), 在空间相遇区域内, 有些点的振动始终加强, 而另一些点的振动始终减弱, 形成振动有强有弱的稳定分布。对于可见光波, 干涉现象则表现为叠加区域中有些点较亮, 而另一些点较暗, 出现一系列有规律的明暗条纹, 称为干涉条纹。

相干条件: 频率相同, 振动方向相同, 有固定的位相差。

设符合相干条件的两光矢量 E_1, E_2 :

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega t + \phi_{10})$$

$$E_2 = E_{20} \cos(\omega t + \phi_{20})$$



光矢量合成: $E = E_1 + E_2 = E_0 \cos(\omega t + \phi_0)$

其中: $E_0 = \sqrt{E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos(\phi_{20} - \phi_{10})}$

若两光束来自同一光源 (原子), 则 $\phi_{20} - \phi_{10}$ 恒定, 光强 (平均能流密度, 与振幅平方成正比):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_{20} - \phi_{10})$$

当 $\Delta\phi = \pm 2k\pi$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) 时

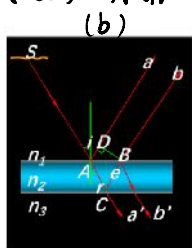
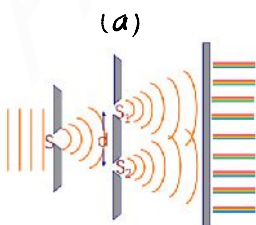
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad \text{相长干涉}$$

当 $\Delta\phi = \pm (2k+1)\pi$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) 时

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad \text{相消干涉}$$

相干光波的获取

- (a) 分波阵面法
- (b) 分振幅法



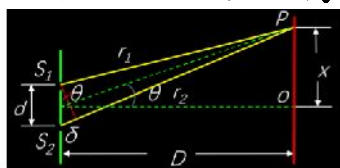
双缝干涉

S_1, S_2 是同 - 波阵面上的两个子波, 初相位 相同, 它们到达 P 点的 相位差 $\Delta\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

当 $D \gg d$ 时:

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}d \sin \theta$$



屏中心 O 点由于 $r_2 - r_1 = 0$ 为相长干涉, 称中央亮纹

当 $D \gg x$ 时, $\sin \theta = \tan \theta = \frac{x}{D}$
则 $d \sin \theta = \frac{dx}{D}$

$d \sin \theta = \pm k\lambda$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) 时, $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ 相长干涉

$d \sin \theta = \pm (2k - 1) \frac{\lambda}{2}$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) 时, $\Delta\varphi = \pm (2k - 1)\pi$ 相消干涉

上式中 k 称为**级序**, 相应地称第 k 级亮纹 ($k = 0, 1, 2, \dots$)、暗纹 ($k = 1, 2, 3, \dots$)。

$$\begin{cases} \text{亮纹} & x = \pm k \frac{D}{d} \lambda \\ \text{暗纹} & x = \pm (2k - 1) \frac{D}{2d} \lambda \end{cases}$$

$$\text{条纹间距 } \Delta x = (k+1) \frac{D}{d} \lambda - k \frac{D}{d} \lambda = \frac{D}{d} \lambda$$

(1) 缝间距 d 愈小, 干涉条纹间距 Δx 愈大, 干涉明显。
 d 大到一定程度, 使得条纹间距小于 0.1mm 时, 肉眼将观察不到干涉现象。

(2) λ 愈大, 则条纹间距大; 复色光源做实验时, 红光在外, 紫光在内。

(3) 要使条纹分得开, 还需要 D 较大。

干涉条纹的强度分布

干涉后的合振幅:

$$E_p^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \Delta\varphi$$

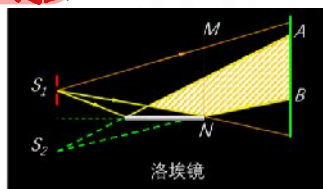
设 S_1, S_2 到达 P 点的 E 矢量: $E_1 = E_2 = E$, 则有

$$E_p^2 = 2E^2 (1 + \cos \Delta\varphi) = 4E^2 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$\text{则 } I_p = 4I \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$\text{对比度 or 可见度函数: } V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

洛埃镜实验

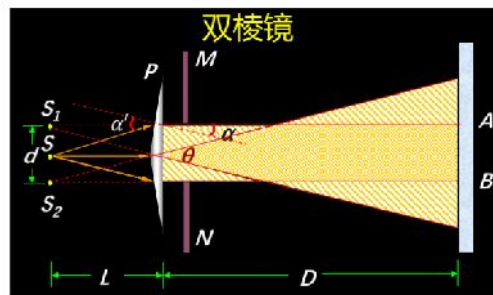


洛埃镜是利用分波阵面法获取相干光的又一种方法。
当光线掠入射到平面镜上, 在屏幕上将见到干涉条纹。

将屏幕移至 NM 位置, 两光束到 N 点的几何路径相同, 位相差为零, 但在 N 处出现暗点, 说明反射光有**半波损失**。

(*) 菲涅耳双镜实验

$$\text{条纹间距: } \Delta x = \frac{(R+D)\lambda}{2R\theta}$$



$$\begin{aligned} \sin \alpha' &= n \sin \alpha \Rightarrow \alpha' \approx n\alpha \\ \frac{d}{2} &= L \tan(\alpha' - \alpha) \approx L(n - 1)\alpha \end{aligned}$$

$$\Delta x = \lambda \frac{L + D}{2L(n - 1)\alpha}$$

[21-22乙]

波长为 λ 的单色光在媒质中由A点传播到B点, 相位改变了 π , 若媒质的折射率为 n , 则相应的光程变化为_____, 光从A到B的几何路程为_____。
由 $\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta s}{\lambda}$ 得 $\Delta s = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\varphi = \frac{\lambda}{2}$
而由 $\Delta s = \Delta d \cdot n \Rightarrow \Delta d = \frac{\lambda}{2n}$

薄膜干涉

折射率 $n = \frac{\text{真空中的波速}}{\text{媒质中的波速}} = \frac{c_0}{c}$

λ : 光在真空中的波长; λ_n : 光在媒质中的波长

$$\lambda_n = \frac{c}{\nu} = \frac{c_0}{n\nu} = \frac{\lambda}{n}$$

当光在介质所经过的路程为 x 时, 相位变化为 $\Delta\varphi = 2\pi \frac{x}{\lambda_n} = \frac{2\pi}{\lambda} nx$

称 $\delta = nx$ 为光程, 则 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$

单一介质: $\delta = nx$

多介质: $\delta = \sum n_i x_i$

若两相干光束(初相相同)通过不同的介质, 则在空间相遇时的位相差为:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 r_2 - \frac{2\pi}{\lambda} n_1 r_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 r_2 - n_1 r_1)$$

可见位相差取决于光程差

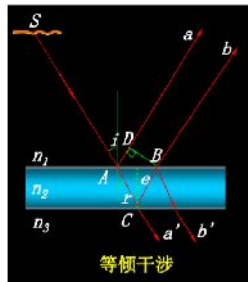
$$\delta = (n_2 r_2 - n_1 r_1)$$

透镜可改变光的方向, 但不增加光程

等倾干涉

薄膜干涉获取相干光的方法—分振幅法。

设扩展单色光源照射到平行平面薄膜, 在A点产生反射和折射, 形成 a 、 b 两光束, 这两光束的光程差:



$$\delta = n_2(AC + CB) - n_1 AD + \delta'$$

由半波损失决定

$$\delta' = \begin{cases} 0, & n_1 > n_2 > n_3 \text{ or } n_1 < n_2 < n_3 \\ \frac{\lambda}{2}, & n_1 < n_2 > n_3 \text{ or } n_1 > n_2 < n_3 \end{cases}$$

$$\delta = 2e \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \delta'$$

当 e 不变时, δ 取决于 i , 同一 i 角有同一干涉条纹称为等倾干涉。

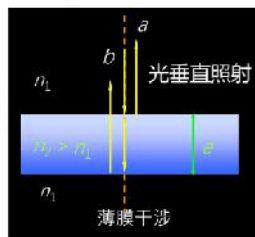
等倾干涉中明暗纹的程差条件为

$$\delta = \begin{cases} k\lambda, & k=1, 2, 3, \dots \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2}, & k=0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$i \uparrow \rightarrow \delta \downarrow \rightarrow k \downarrow$$

讨论光垂直照射薄膜的情况

入射光束由第一表面反射成光线 a , 光疏到光密反射时有半波损失; 光线 b 由第二表面反射再透出, 光密到光疏反射时无半波损失; 它们的光程差为



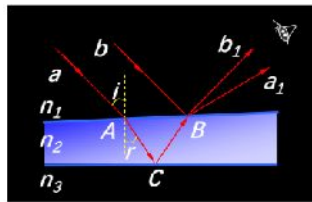
$$\delta = 2n_2 e + \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta = k\lambda \quad (k=1, 2, 3, \dots) \text{ 相长干涉}$$

$$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k=0, 1, 2, \dots) \text{ 相消干涉}$$

等厚干涉

由于干涉薄膜上下表面不平行，造成反射光线 a_1 、 b_1 不平行，它们在薄膜上表面附近干涉。



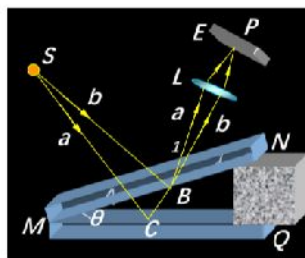
光程差: $\delta = 2n_2 e \cos r + \delta'$

或: $\delta = 2e \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \delta'$

当 i 保持不变，而 e 变化，称为等厚干涉。

劈尖干涉

由两片平板玻璃一端接触，另一端被云母片隔开，构成一空气劈尖。
 a 光在 C 点反射有半波损失，而 b 光在 B 点反射则无，故光程差：



明纹: $\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k = 1, 2, 3, \dots$

暗纹: $\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, \dots$

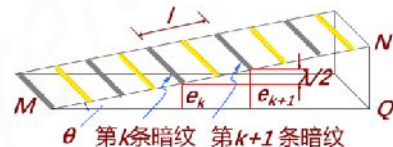
在实际应用中 $i=r=0$ 时:

$$\delta = 2n_2 e + \delta'$$

明暗条纹出现的条件:

$$\delta = 2n_2 e + \delta' = \begin{cases} k\lambda & k = 1, 2, 3, \dots \\ (2k+1) \frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

$e = 0$ 处, $\delta = \lambda/2$, 为暗纹。



条纹间距:

$$l \sin \theta = e_{k+1} - e_k = \frac{1}{2}(k+1)\lambda - \frac{1}{2}k\lambda = \frac{\lambda}{2}$$

$$l = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \quad \theta \text{ 大, 条纹间距 } l \text{ 小, 条纹密。}$$

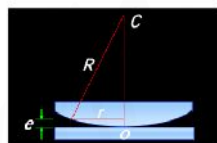
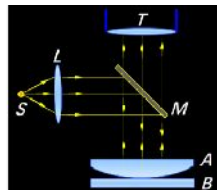
牛顿环

将一曲率半径很大的球冠置于一平板玻璃上，即构成牛顿环。

牛顿环中的明纹和暗纹条件满足下式:

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$



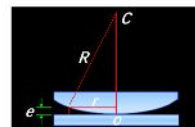
在上图中，形成牛顿环的条纹半径 r 为:

$$r^2 = R^2 - (R - e)^2 = 2Re - e^2$$

忽略 e^2 ，可得: $e = \frac{r^2}{2R}$

上式表明 e 与 r^2 成正比。

明暗条纹的半径:



$$\text{明环: } r = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{暗环: } r = \sqrt{kR\lambda} \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{第 } k \text{ 级暗环: } r_k^2 = kR\lambda$$

$$\text{第 } k+m \text{ 级暗环: } r_{k+m}^2 = (k+m)R\lambda$$

$$r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda \quad R = \frac{1}{m\lambda} (r_{k+m}^2 - r_k^2)$$

$$\lambda = \frac{1}{mR} (r_{k+m} - r_k)(r_{k+m} + r_k)$$

牛顿环中心处 $e = 0$ 为一暗斑。

第10讲 光的衍射

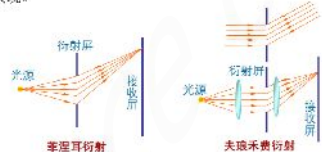
光的衍射

波在传播过程中, 绕过障碍物的边缘, 偏离直线传播的现象

衍射的分类

菲涅耳衍射: 衍射屏离光源和接收屏为有限距离的衍射。

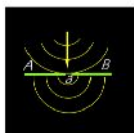
夫琅禾费衍射: 衍射屏离光源和接收屏无限远的衍射, 相当于入射光和衍射光都为平行光。实验上可利用两个透镜来实现。



当光遇到的障碍物尺寸与光波的波长相当时, 会产生光的衍射现象

惠更斯-菲涅耳原理

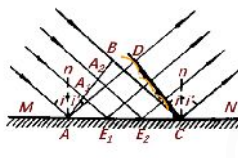
惠更斯原理: 媒质中波所到达的各点都可以看作一个新的子波源, 这些子波源向空间发射球面子波, 在以后的任一时刻, 这些子波的包络面就是波在该时刻的新的波阵面。



用惠更斯原理可以解释波的衍射、反射和折射现象

波的反射

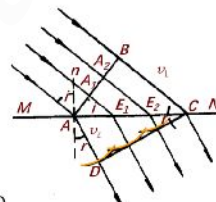
波阵面AB上B点发出子波到达C点时, A点到达D点, 由于入射波和反射波在同一媒介, 波速不变。



$AD = BC = u\Delta t$, 又 $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$
 $\triangle BAC$ 和 $\triangle DCA$ 全等, 则
 $i = \angle BAC = \angle DCA = r$

波的折射

设 t 时刻有波阵面AB, 经 Δt 时间, 子波由B点传播到C点, 相应A点传播到D点。CD为折射波的波阵面。由图可知:

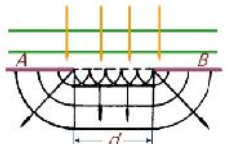


$i = \angle BAC, r = \angle ACD$
 $BC = v_1 \Delta t = AC \sin i$
 $AD = v_2 \Delta t = AC \sin r$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

1 波的衍射

平面波遇障碍物AB后, 光线进入几何阴影, 产生衍射。



惠更斯-菲涅耳原理: 波在传播过程中, 从同一波阵面S上发出的子波,

经传播而在空间某点相遇时, 可相互叠加而产生干涉现象。

波阵面S上面元dS在P点引起的振动可表示为:

$$dE_P = C \frac{dS}{r} K(\theta) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r + \phi_0)$$

其中 $K(\theta)$ 称为倾斜因子, θ 增加则 $K(\theta)$ 减小; C 为常数。

如果波阵面S上的振幅分布函数为 $a(i)$, 则波阵面S在P点所产生的合振动为:

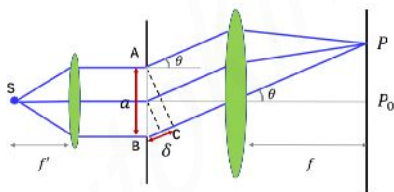
$$E_P = \int_S C \frac{a(i)}{r} K(\theta) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r + \phi_0) dS$$

单缝夫琅禾费衍射: 半波带法

一、菲涅耳半波带法

如图, 单缝边缘两光线的程差: $\delta = BC = a \sin \theta$ 。

做一系列垂直于AB面的平面, 将单缝面分割成 N 个同宽度的窄带, 若两窄带的边缘光线的光程差为半个波长, 称此窄带为半波带。



暗纹位置

$$a \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda \quad k=1, 2, 3, \dots$$

当BC为半波长的偶数倍, 半波带中的任一点, 总能在邻近波带上找到相应点使两点间光程差为半波长, 从而光强在P点抵消, 产生暗纹。

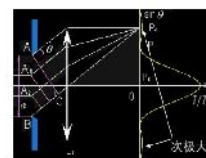
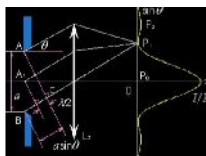
明纹位置

$$a \sin \theta = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2} \quad k=1, 2, 3, \dots$$

奇数倍波带, P点光强不能抵消, 产生亮纹。

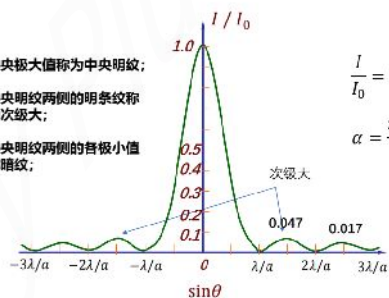
中央明纹中心 $\theta=0$

单缝中各点到达中央位置光程相等, 产生明纹。



单缝夫琅禾费衍射相对光强分布

- 中央极大值称为中央明纹;
- 中央明纹两侧的明条纹称为次极大;
- 中央明纹两侧的极小值称暗纹;



$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

二、单缝衍射图样的特征

1 条纹的亮度分布

中央明纹的光强最大, 随着 k 增加, 波带数增多, 未被抵消的波带面积变小, 条纹光强减弱。

2 中央明纹的半角宽度 $\Delta\theta$: 第一级暗纹之间角距离的一半。

$$a \sin \theta_1 = \lambda \Rightarrow \Delta\theta = \theta_1 \approx \lambda/a$$

中央明纹宽度:

$$\Delta x = 2f \cdot \tan \theta_1 \approx 2f \lambda/a$$

次极大宽度:

$$\Delta x_1 \approx \frac{f \lambda}{a} = \frac{1}{2} \Delta x$$

3 衍射效应 $a \sin \theta = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2}$

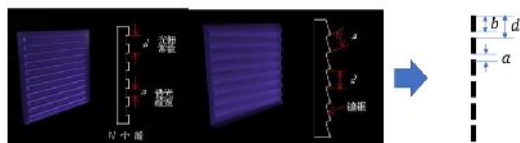
λ 一定, $a \downarrow, \theta \uparrow$;
 a 不变, $\lambda \downarrow, \theta \downarrow$ (色散现象)



几何光学是波动光学在 $\frac{\lambda}{a} \rightarrow 0$ 时的极限情形

光栅衍射

大量等宽度等间距的平行狭缝构成的光学器件称为光栅。
光栅由透射、反射之分。



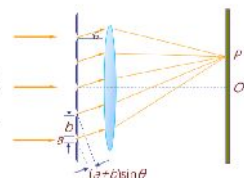
透射光栅的缝宽度 a
不透光部分的宽度 b } $d = a + b$ 称为光栅常数
光栅狭缝数越多, 衍射条纹就越细锐、明亮

光栅衍射图象的形成

光栅衍射图象是多个狭缝单缝衍射图象相互干涉形成的图象。

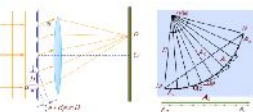
1 主极大(明纹) 光栅方程

相邻两缝发出的光束间的相位差为 2π 的整数倍时, 产生明纹。

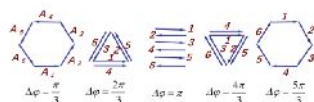


相邻两光振动的相位差:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$



要使P点出现暗纹, 各分振动振幅矢量应成一个闭合多边形。
例如, 如图6个缝的情况:



暗纹方程又可写为:

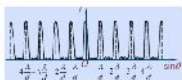
$$d \sin\theta = \left(k + \frac{m}{N}\right)\lambda$$

$$(m = 1, 2, \dots, N-1, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

在两相邻主极大之间有 $N-1$ 条暗纹。

3 次极大

两相邻主极大之间有 $N-1$ 条暗纹, 而两暗纹之间还存在1条次明纹, 此明纹强度很小, 仅为主极大的4%。故在 $N-1$ 条暗纹之间还有 $N-2$ 条次明纹。



缺级现象:

如果单缝衍射暗纹出现的位置正好也是光栅方程主极大出现的位置, 即:

$$a \sin\theta = k_1 \lambda \quad k_1 = 1, 2, 3, \dots$$

$$d \sin\theta = k_2 \lambda \quad k_2 = 0, 1, 2, \dots$$

则: $k_2 = \frac{d}{a} k_1 \quad k_1 = 1, 2, \dots$ **缺级方程**

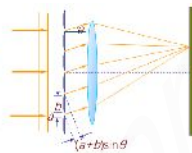
如 $d = 4a$, 则 $k_2 = \pm 4, \pm 8, \dots$ 为主极大缺级。

明纹条件为:

$$d \sin\theta = k\lambda \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

上式称为**光栅方程**。

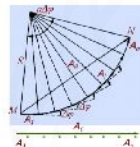
由于 θ 角不可能大于 $\pi/2$, 因而明纹的最大级数 $k < d/\lambda$ 。



2 暗条纹

各狭缝在屏幕P点所产生的振幅矢量 $A_1, A_2, \dots, A_N$, 它们的位相不同。

设相邻相位差为 $\Delta\phi$, $\Delta\phi$ 为多少时, 合振幅相互抵消?



对于6个缝的情况, 当相邻光振动的位相差满足:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta = k' \frac{\pi}{3} \quad k' = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 7, \dots$$

或: $d \sin\theta = k' \frac{\lambda}{6} \quad k' = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 7, \dots$

P点出现暗纹。推广到 N 个狭缝的情况:

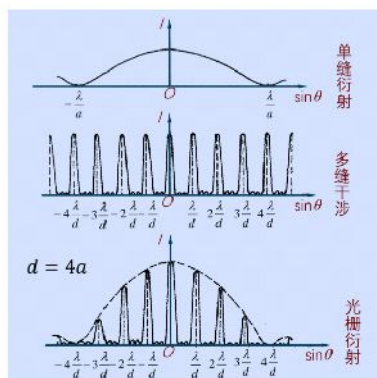
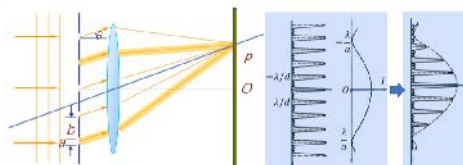
$$d \sin\theta = k' \frac{\lambda}{N} \quad k' = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad \text{暗纹方程}$$

上式中 $k' \neq kN$ (因为此时满足明纹条件)。

$$k' = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-1); \pm(N+1), \pm(N+2), \dots, \pm(2N-1); \pm(2N+1), \pm(2N+2), \dots$$

4 单缝衍射的影响

由于不同狭缝在同一个像点的衍射结果完全一样, 光栅衍射图样是多个狭缝单缝衍射图象相互干涉形成的:



光栅衍射图样的光强分布

光栅光谱

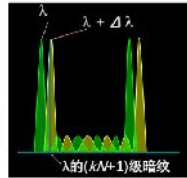
光栅方程: $d \sin \theta = k\lambda$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
 d 不变, $\lambda \downarrow, \theta \downarrow$, 则除中央零级明纹外, 不同波长的同一级衍射主极大的位置为不重合

光栅的分辨本领

分辨本领是指把靠的很近的两条谱线分辨清楚的能力。光栅的分辨本领定义为: 恰能分辨的两条谱线的平均波长 λ 与两谱线波长差 $\Delta\lambda$ 之比, 用 R 表示。

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

按照瑞利判据, 要分辨 λ 与 $\lambda + \Delta\lambda$, 则要求 $\lambda + \Delta\lambda$ 的第 k 级明纹与 λ 的第 $kN + 1$ 级暗纹重合, 此时认为恰好能分辨。



根据光栅方程和暗纹公式:

$$d \sin \theta = k(\lambda + \Delta\lambda)$$

$$d \sin \theta = [(kN + 1) / N] \lambda$$

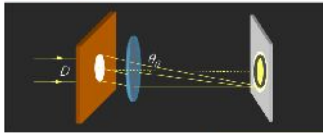
可以解得:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

光栅的分辨本领与光栅的总缝数 N 及衍射级数 k 成正比, 与光栅常数 d 无关。

圆孔衍射, 光学仪器的分辨本领

一、圆孔夫琅禾费衍射

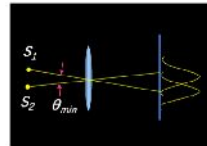
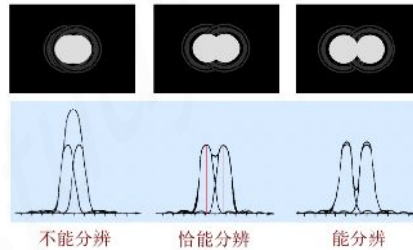
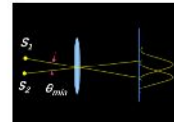


理论计算表明, 满足第一级暗环的衍射角为: $\sin \theta_0 \approx \theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$
 一级暗环所包围的中央圆斑称为爱里斑 (Airy), 爱里斑的角半径即为 θ_0 , 爱里斑的半径 R 为:

$$R = f \tan \theta_0 \approx f \theta_0 \approx 1.22 \frac{\lambda}{D} f$$

二、光学仪器的最小分辨角

分辨两个点的衍射图样的条件



瑞利判据: 当一个点的衍射图样的中央主极大恰好与另一个点的第一级极小相重合时, 这两点就处于恰能分辨的位置。

此时合成曲线的最小强度为最大强度的80%。

两物点对透镜中心的张角称为最小分辨角。

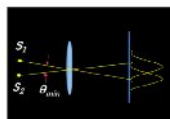
最小分辨角为爱里斑的角半径: $\theta_{\min} = \theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

一般定义分辨本领为:

$$\text{分辨本领} = \frac{1}{\text{最小分辨角}}$$

望远镜的分辨本领:

$$R = \frac{1}{\theta_{\min}} = \frac{D}{1.22\lambda}$$



$$D \uparrow \Rightarrow R \uparrow$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

[18-19Z]

在透镜 L 前 50m 处有两个相距 6.0mm 的发光点 a 和 b, 它们在 c 处 (透镜焦平面上) 所成的像正好满足瑞利判据, 透镜焦距为 20cm, 则 c 处衍射光斑的直径 D 为 m.

$$\Delta y = f \theta_{\min} = f \cdot \frac{1.22 \lambda}{D}$$

$$= 2.4 \times 10^{-5} \text{ m}$$

即艾里斑半径

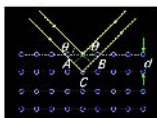
$$\Rightarrow D = 2\Delta y = 4.8 \times 10^{-5} \text{ m}$$

X射线衍射

1913年, 英国的布拉格父子提出一种研究X射线衍射的方法, 即把晶体的空间点阵当作反射光栅处理。

想象晶体是由一系列平行的原子层构成, 设原子层间距为 d , 称晶面间距, 当X射线以掠射角 θ 入射时, 其反射光的光程差为:

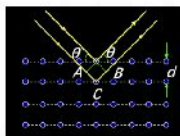
$$\delta = AC + CB = 2d \sin \theta$$



各散射层在反射方向形成干涉加强的条件:

$$2d \sin \theta = k\lambda$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

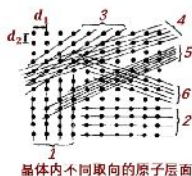


上式称为布拉格公式。

对于单色X射线以任意掠射角 θ 入射时, 一般得不到反射加强图案, 因为不一定满足上式, 对连续X射线, 满足反射加强的波长为:

$$\lambda = \frac{2d \sin \theta}{k} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

应用布拉格公式可以解释劳厄实验: 劳厄实验中的众多斑点是由于晶体中存在众多不同取向的原子层造成的。



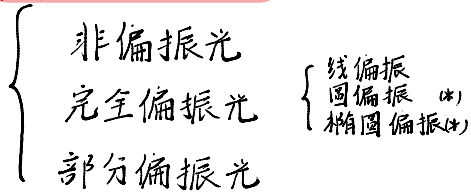
X射线衍射的应用:

1. 已知晶格常数, 测X射线的波长。
2. 已知X射线波长, 研究晶体的结构。

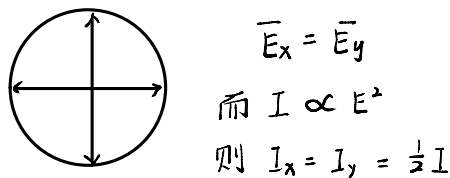
第11讲 光的偏振

偏振: 振动方向对于传播方向的不对称性

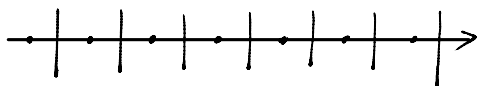
光的偏振状态



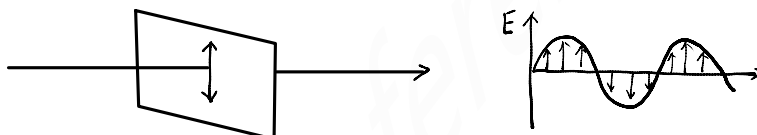
非偏振光 —— **自然光**



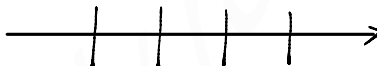
自然光的图示法



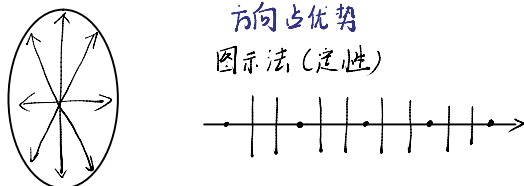
线偏振光 —— 在垂直于传播方向的平面内, 光矢量只沿一个固定方向振动



振动面: 光振动方向与传播方向构成的平面
图示法:

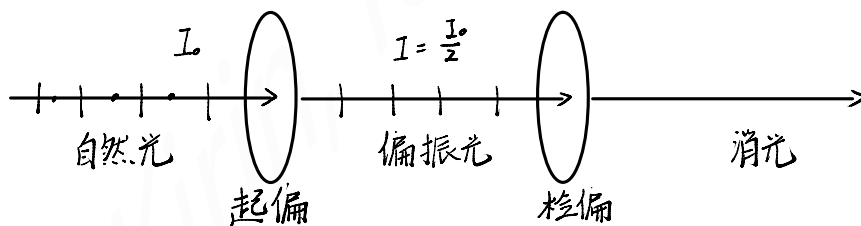


部分偏振光 —— 一方向光振动较其他方向占优势



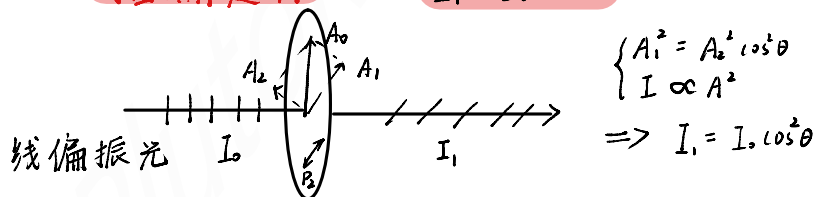
可以理解为线偏振光与自然光的混合

偏振片: 利用晶体的二向色性, 完全吸收垂直于通光方向的光振动



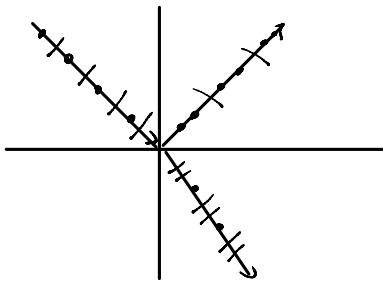
马吕斯定律

$$I_1 = I_0 \cos^2 \theta$$



布儒斯特定律

反射和折射的起偏

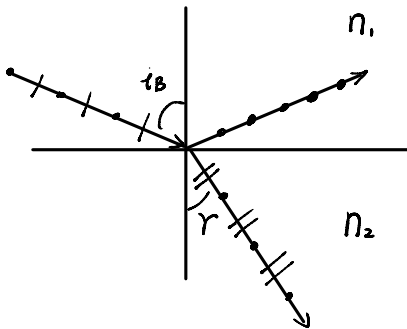


反射光：垂直于入射面的光矢量

S波占优势

折射光：平行于入射面的光矢量

P波占优势

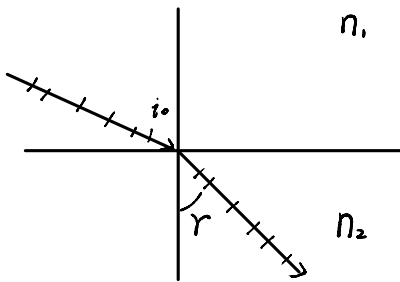


i_B 即为布儒斯特角

其中 $i_B + r = 90^\circ$ ，反射光为完全线偏振光 (S波)

$$\tan i_B = \frac{\sin i_B}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

此时反射光与折射光相垂直



$$\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

入射光是振动方向在入射面内的

线偏振光，会出现全反射现象

第12讲 光的量子化

热辐射现象

物体内带电粒子由于热运动,在任何温度下都在发射各种波长的电磁波

平衡热辐射

物体向外辐射能量等于从外界吸收的能量,则物体达到热平衡,

用一温度 T 描述

1) 单色辐射出射度(单色辐出度)

物体单位时间内,从单位表面上发射的波长在 λ 到 $\lambda + d\lambda$ 范围内的辐射能 dM_λ ,

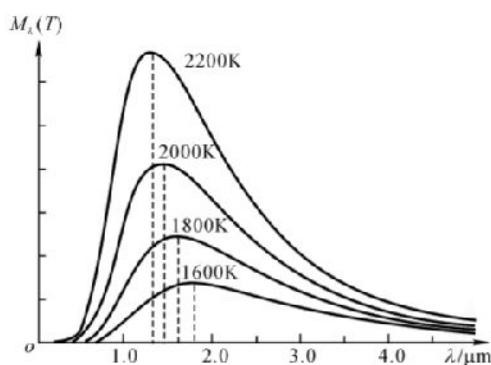
则单色辐出度: $M_\lambda(T) = \frac{dM_\lambda}{d\lambda}$

$M_\lambda(T)$ 与温度 T 、波长 λ 有关

2) 辐射出射度

在一定温度下,物体在单位时间、单位面积上辐射的各种波长的辐射能之和称辐射出射度:

$$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda$$



曲线——单色辐出度
面积——辐射出射度

3) 吸收系数、反射系数

单色吸收系数: 在温度 T , 物体吸收波长在 λ 到 $\lambda + d\lambda$ 范围的辐射能与相应波长的投射于物体的总辐射能的比值, 记为 $\alpha(\lambda, T)$

单色反射系数: 在温度 T , 物体反射波长在 λ 到 $\lambda + d\lambda$ 范围的辐射能与相应波长的投射于物体的总辐射能的比值, 记为 $r(\lambda, T)$

对于不透明物体: $\alpha(\lambda, T) + r(\lambda, T) = 1$

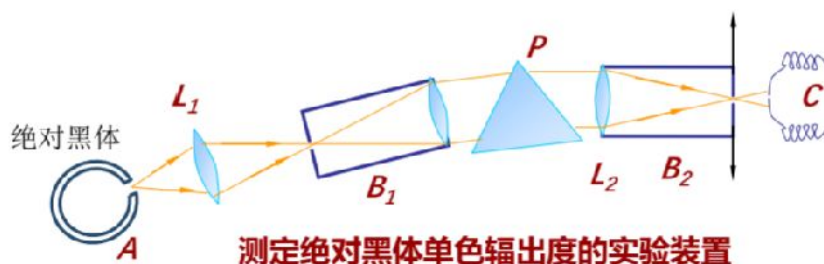
若 $\alpha = 1$, 则称为绝对黑体

基尔霍夫定律 辐射本领大的, 吸收本领也一定大

Kirchhoff 定律: 物体辐射本领和吸收本领的比值, 与物体的性质无关, 对于任何物体, 这个比值是波长和温度的普适函数.

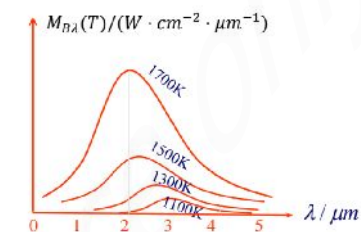
$$\frac{M_{1\lambda}(T)}{\alpha_1(\lambda, T)} = \frac{M_{2\lambda}(T)}{\alpha_2(\lambda, T)} = \dots = \frac{M_{B\lambda}(T)}{\alpha_B(\lambda, T)} \quad \text{When } \alpha_B(\lambda, T) = 1 \quad \frac{M_\lambda(T)}{\alpha(\lambda, T)} = M_{B\lambda}(T)$$

绝对黑体的热辐射定律



- 加热绝对黑体A, 小孔辐射电磁波, 经 L_1 和平行光管 B_1 成平行光到达三棱镜P。
- 经分光后, 经平行光管会聚于热电偶C上, 从而可以测出某一波长的辐射功率。

实验曲线



黑体的辐出度按波长的分布曲线

斯特藩 - 玻耳兹曼定律

黑体的辐出度与黑体的绝对温度四次方成正比:

$$M_B(T) = \int_0^\infty M_{B\lambda}(T) d\lambda = \sigma T^4, \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

维恩位移定律

对于给定温度 T , 黑体的单色辐出度 $M_{B\lambda}(T)$ 有极大值, 其对应波长为 λ_m

$$T\lambda_m = b \quad \text{or} \quad \lambda_m = \frac{b}{T}, \quad b = 2.897 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

热辐射的峰值波长 λ_m 随着温度的增加而向着短波方向移动

普朗克的能量量子假设

对于频率为 ν 的谐振子最小能量为 $\epsilon = h\nu$

谐振子通过辐射或吸收能量, 从一个状态跃迁到另一个状态。

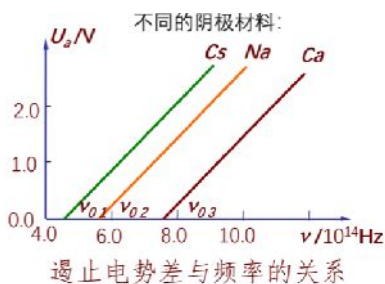
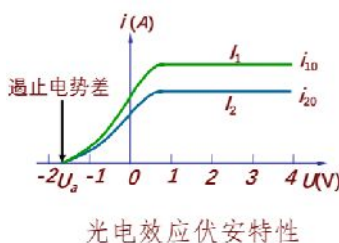
普朗克公式: $M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$

$$\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

光电效应

光电效应实验规律

- 饱和电流 i_s 与入射光强成正比
- 遏止电势差 U_a 与入射光强无关
- $|U_a| = h\nu - U_0$



光电子的最大初动能: $E_{km} = \frac{1}{2}mv^2 = e|U_a| = ek(\nu - \nu_0)$

红限(遏止)频率: $\nu_0 = \frac{U_0}{h}$

- 只有当光的入射频率大于红限频率时, 才会产生光电效应
- 无论光强如何, 光照射与光电子的产生几乎同时, 所需时间不超过 10^{-9} s

光子作为粒子,具有质量和动量

质能关系: $h\nu = mc^2 \Rightarrow m = \frac{h\nu}{c^2}$

光子动量: $p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

康普顿效应

在散射光谱中除了有与入射波长 λ_0 相同的射线外, 同时还有 $\lambda > \lambda_0$ 的射线

1) 波长的偏移 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 随散射角 φ 的增大而增加

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\varphi)$$

2) 在同一散射角下, 对所有物质, $\Delta\lambda$ 都相同。

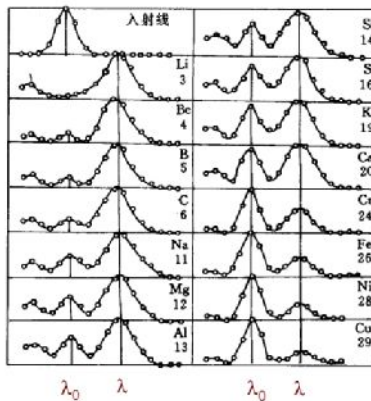
但原波长的谱线强度随原子序数的增大而增大,

新波长的谱线强度随之减小。

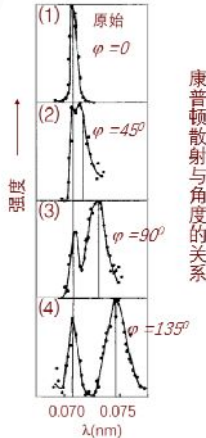
随散射角的增大,

原波长的谱线强度减小,

新波长的谱线强度增大



康普顿散射与原子序数的关系



康普顿散射与角度的关系

[18-19 Z]

在康普顿散射中, 入射光子的波长为 0.0030nm , 反冲电子的速度为真空中光速的 60% , 求散射光子的波长及散射角。

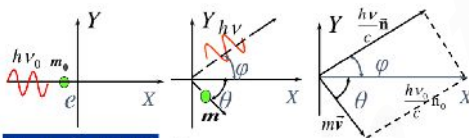
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-0.6^2}} = 1.25 m_0$$

$$\begin{aligned} \text{则 } E_k &= mc^2 - m_0 c^2 = 0.25 m_0 c^2 = h\nu - h\nu_0 \\ &= hc\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

$$\text{则 } \lambda = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_0} - \frac{0.25 m_0 c}{h}} = 4.34 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{由 } \Delta\lambda &= \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = 0.448 \\ &\Rightarrow \varphi = 63.4^\circ \end{aligned}$$

光子理论对康普顿效应的解释



$$h\nu_0 + m_0 c^2 = h\nu + mc^2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{动量守恒定律} \begin{cases} \text{x方向分量式: } \frac{h\nu_0}{c} = m\nu \cos\theta + \frac{h\nu}{c} \cos\varphi & (2) \\ \text{y方向分量式: } 0 = \frac{h\nu}{c} \sin\varphi - m\nu \sin\theta & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{相对论的质能关系: } m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2} \quad (4)$$

$$\text{联立①②③④} \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\varphi)$$

光的波粒二象性

波动性 —— 光的干涉、衍射、偏振等现象

粒子性 —— 光电效应、康普顿效应等现象